Sei f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $x \mapsto f(x)$ eine stetige und differenzierbare Funktion (Polynom)

Kurvendiskussion I

| Eigenschaften der Funktion | | Kommentar | Funktionsgleichung | Graph | 1. Ableitung | 2. Ableitung | 3. Ableitung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schnittpunkte | Ordinate | Schnittpunkt | $x_{Sch}=0$ | $(0,f(x_{Sch}))$ | | | |
| | Abzisse | Nullstelle | $f(x_N)=0$ | $(x_N,0)$ | | | |
| Symmetrie | Achsen- | $(0,f(0))$ | $f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $x=x_S$ | $f(x)=f(2x_S-x)$ | | | | |
| | Punkt- | $(0,0)$ | $-f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $(x_S,f(x_S))$ | $f(2x_S-x)=2f(x_S)-f(x)$ | | | | |
| Monotonie | steigend | im Intervall | | | $f'(x)\geq 0$ | | |
| | fallend | im Intervall | | | $f'(x)\leq 0$ | | |
| Krümmung | konvexe (links) | im Intervall | | | streng monoton steigend | $f''(x)>0$ | |
| | konkave (rechts) | im Intervall | | | streng monoton fallend | $f''(x)<0$ | |
| Krümmungswechsel | links → rechts | im Punkt | | monoton steigend | $f'(x_W)\geq 0$ | | $f'''(x_W)<0$ |
| | rechts → links | im Punkt | | monoton fallend | $f'(x_W)\leq 0$ | | $f'''(x_W)>0$ |

Sei f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $x \mapsto f(x)$ eine stetige und differenzierbare Funktion (Polynom)

Kurvendiskussion II

| Eigenschaften der Funktion | | Kommentar | Funktionsgleichung | Graph | 1. Ableitung | 2. Ableitung | 3. Ableitung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schnittpunkte | Ordinate | Schnittpunkt | $x_{Sch}=0$ | $(0,f(x_{Sch}))$ | | | |
| | Abzisse | Nullstelle | $f(x_N)=0$ | $(x_N,0)$ | | | |
| Symmetrie | Achsen- | (0,f(0)) | $f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $x=x_S$ | $f(x)=f(2x_S-x)$ | | | | |
| | Punkt- | (0,0) | $-f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $(x_S,f(x_S))$ | $f(2x_S-x)=2f(x_S)-f(x)$ | | | | |
| Monotonie | steigend | im Intervall | | | $f'(x)\geq 0$ | | |
| | fallend | im Intervall | | | $f'(x)\leq 0$ | | |
| lokale Extrema | Minimum | in diesem Punkt keine Steigung | | $(x_{Min},f(x_{Min}))$ | Bedingungen<br>notwendige<br>$f'(x_{Min})=0$ | <br>hinreichende<br>$f''(x_{Min})>0$ | |
| | Maximum | in diesem Punkt keine Steigung | | $(x_{Max},f(x_{Max}))$ | Bedingungen<br>notwendige<br>$f'(x_{Max})=0$ | <br>hinreichende<br>$f''(x_{Max})<0$ | |
| Krümmung | konvexe (links) | im Intervall | | | streng monoton steigend | $f''(x)>0$ | |
| | konkave (rechts) | im Intervall | | | streng monoton fallend | $f''(x)<0$ | |
| Wendepunkte | Wendepunkt | Die Krümmung wird geändert. | | $(x_W,f(x_W))$ | $f'(x_W)\neq 0$ | Bedingungen<br>notwendige<br>$f''(x_W)=0$ | <br>hinreichende<br>$f'''(x_W)\neq 0$ |
| | Sattelpunkt | Die Krümmung wird geändert. | | $(x_{Sa},f(x_{Sa}))$ | $f'(x_{Sa})=0$ | Bedingungen<br>notwendige<br>$f''(x_{Sa})=0$ | <br>hinreichende<br>$f'''(x_{Sa})\neq 0$ |
| Krümmungswechsel | links → rechts | im Punkt | | monoton steigend | $f'(x_W)\geq 0$ | | $f'''(x_W)<0$ |
| | rechts → links | im Punkt | | monoton fallend | $f'(x_W)\leq 0$ | | $f'''(x_W)>0$ |

$$Seien\ f_1\ und\ f_2\ Polynome,\ denn\ ist\ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ x \to f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

Kurvendiskussion III

| Eigenschaften der Funktion | | Kommentar | Funktionsgleichung | Graph | 1. Ableitung | 2. Ableitung | 3. Ableitung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schnittpunkte | Ordinate | Schnittpunkt | $x_{Sch}=0$ | $(0,f(x_{Sch}))$ | | | |
| | Abzisse | Nullstelle | $f_1(x_N)=0 \land f_2(x_N)\neq 0$ | $(x_N,0)$ | | | |
| Symmetrie | Achsen- | $(0,f(0))$ | $f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $x=x_S$ | $f(x)=f(2x_S-x)$ | | | | |
| | Punkt- | $(0,0)$ | $-f(x)=f(-x)$ | | | | |
| | | $(x_S,f(x_S))$ | $f(2x_S-x)=2f(x_S)-f(x)$ | | | | |
| Monotonie | steigend | im Intervall | | | $f'(x)\geq 0$ | | |
| | fallend | im Intervall | | | $f'(x)\leq 0$ | | |
| Definitionsbe-<br>reich | | | $D=\mathbb{R}\setminus\{x \mid f_2(x)=0\}$ | $(x,f(x))$ | | | |
| Definitionslücke | stetig hebbare | nach Kürzen $\bar{f}$ | $f_1(x_L)=0 \land f_2(x_L)=0$ | $(x_L,\bar{f}(x_L))$ | | | |
| | Polstelle | $\lim\limits_{x\to x_P} f(x)=\pm\infty$ | Bedingungen<br>notwendige: $f_2(x_P)=0$<br>hinreichende: $f_1(x_P)\neq 0$ | Graph<br>existiert nicht | | | |
| Asymptote | | Polynomdivision<br>durchführen | $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ | | | | |