Die Ableitungsfunktion

Für eine Funktion f, die auf D_f und für alle $x \in D_f$ differenzierbar ist, wird die Ableitungsfunktion

$$f\,´: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R};\ \ x_0 \rightarrow f\,´(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} . \ \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

oder

$$f\,´: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R};\ \ x_0 \rightarrow f\,´(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} . \ \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

(Ableitung) gesucht. Sie gibt für jedes x_0 die Steigung der Funktion f im Punkt $(x_0,f(x_0))$ an.

Bisher haben Sie Polynome

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R};\ \ x \rightarrow f(x) = \sum a_n \cdot x^n \quad mit\ x \in \mathbb{R}\ (a_n \neq 0)\ und\ n \in \mathbb{N}$$

hinsichtlich ihrer Steigung und Tangenten in einem Punkt untersucht. Die Berechnung der Ableitung in einem Punkt kann aufwendig sein.
Man kann den Aufwand wesentlich verringern, da Polynome aus Potenzfunktionen

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R};\ \ x \rightarrow f(x) = x^n \quad mit\ x \in \mathbb{R}\ und\ n \in \mathbb{N}$$

bestehen.

Bei der Suche nach der Ableitungsfunktion f´ beschränken wir uns auf die Potenzen mit der Funktionsgleichung:

$$f(x)=c \qquad f(x)=x \qquad f(x)=x^2 \qquad f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}} \qquad f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$$

1. Aufgabe

- Berechnen Sie mit der x- oder h-Methode für die obigen Potenzfunktionen f (c soll den Wert 5 haben) die Ableitungsfunktion f´.
- Berechnen Sie für folgende x_0-Werte die Funktionswerte der Funktion f und ihrer Ableitungsfunktion f´.

x_0	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x_0)$											
$f´(x_0)$											

- Zeichnen Sie die Graphen der Funktion f und der Ableitungsfunktion f´.
- Die gleiche Untersuchung führen Sie mit den Polynomen

$$f(x)=\frac{1}{3}\cdot x^2 \quad und \quad f(x)=x^2-5\cdot x$$

durch.

- Tragen Sie die Gleichungen der Funktionen und deren Ableitungen in die Tabelle ein.

Funktion f	Ableitung f´
$f(x)=c$	
$f(x)=x$	
$f(x)=x^2$	
$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$	
$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$	
$f(x)=\frac{1}{3}\cdot x^2$	
$f(x)=x^2-5\cdot x$	

2. Aufgabe

In welchem Punkten hat die Steigung der Funktion f

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \;\; ; \quad x \rightarrow x^2 - 5x$$

den Wert 3 bzw. -8?

3. Aufgabe

Für welche x-Werte nimmt die Steigung der Funktion f

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \;\; ; \quad x \rightarrow x^2 - 5x$$

einen Wert größer als 1 an?

4. Aufgabe

In welchem Punkten hat die Steigung der Funktion f

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \;\; ; \quad x \rightarrow \frac{1}{4} x^2 - 2$$

den Wert 3 bzw. -8?

5. Aufgabe

Für welche x-Werte nimmt die Steigung der Funktion f

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \;\; ; \quad x \rightarrow \frac{1}{4} x^2 - 2$$

einen Wert größer als 1 an?